

Dělitelnost přirozených čísel – pojmy a příklady

Dělitel

- číslo a je dělitelem čísla b , pokud existuje přirozené číslo k takové, že $k = b : a$
- dělitelem je každé číslo, kterým lze vydělit původní číslo beze zbytku
- každé číslo větší než 1 má alespoň dva dělitele – číslo 1 a samo sebe
- všechny dělitele daného čísla můžeme zapsat do tabulky tvaru písmena T, přičemž platí, že součin dvou dělitelů zapsaných na jednom řádku je roven danému číslu

Dělitelé čísla 24:

$$24 : 1 = 24$$

$$24 : 2 = 12$$

$$24 : 3 = 8$$

$$24 : 4 = 6$$

$24 : 5 = 4$ – zbytek 4 → číslo 5 není dělitelem čísla 24

$$24 : 6 = 4$$

$24 : 7 = 3$ – zbytek 3 → číslo 7 není dělitelem čísla 24

Zápis dělitelů čísla 24 v tabulce tvaru T

24	
1	24
2	12
3	8
4	6

Číslo nesoudělná – kromě čísla 1 nemají žádného společného dělitele

- dělitelé čísla 35 jsou 1, 5 a 7
- dělitelé čísla 24 jsou 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
- čísla 24 a 35 nemají žádného společného dělitele kromě čísla 1

Číslo soudělná – kromě čísla 1 mají ještě alespoň jednoho společného dělitele

- dělitelé čísla 10 jsou 1, 2 a 5
- dělitelé čísla 24 jsou 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
- čísla 10 a 24 mají kromě čísla 1 dalšího společného dělitele – číslo 2

Pravidla dělitelnosti

- dělitelnost dvěma – číslo má na místě jednotek jednu z číslic 0, 2, 4, 6, 8 (sudé číslo)
- dělitelnost třemi – ciferný součet (= součet všech číslic v daném čísle) je dělitelný třemi
 $254982 \rightarrow 2 + 5 + 4 + 9 + 8 + 2 = 30$
→ číslo 30 je dělitelné třemi, proto i původní číslo 254982 je dělitelné třemi
- dělitelnost čtyřmi – poslední dvojčíslí je dělitelné čtyřmi
 $32458712 \rightarrow$ číslo 12 je dělitelné čtyřmi, proto je i číslo 32458712 dělitelné čtyřmi
- dělitelnost pěti – číslo má na místě jednotek 0 nebo 5
- dělitelnost osmi – poslední trojčíslí je dělitelné osmi
- dělitelnost devíti – ciferný součet je dělitelný devíti
- dělitelnost deseti – číslo má na místě jednotek 0
- dělitelnost šesti – číslo musí být dělitelné dvěma i třemi zároveň (sudé číslo dělitelné třemi)
- dělitelnost dvanácti – číslo musí být dělitelné třemi i čtyřmi zároveň
- dělitelnost patnácti – číslo musí být dělitelné třemi i pěti zároveň

Násobek

- číslo a je násobkem čísla b , pokud existuje přirozené číslo k takové, že $a = k \cdot b$
 $39 = 3 \cdot 13$... číslo 39 je násobkem čísel 3 a 13
- chceme-li zjistit, zda je číslo a násobkem čísla b , tak číslo a vydělíme číslem b
- pokud je výsledek
 - beze zbytku, číslo a je násobkem čísla b
 - se zbytkem, číslo a není násobkem čísla b
- každé číslo je násobkem čísla 1 a je i svým násobkem

Prvočísla

- prvočíslo je každé přirozené číslo, které má pouze dva dělitele – jedničku a sebe samo (2, 3, 5, 7, 11, ...)
- složené číslo je každé číslo, které má více než dva dělitele (4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, ...)

Prvočíselný rozklad = rozklad čísla na součin prvočísel

– využívá se při hledání společných dělitelů a násobků

– rozklad pomocí tabulky – složené číslo

vydělíme prvočíslem, výsledek opět

vydělíme prvočíslem a pokračujeme

tak dlouho, dokud nevyjde číslo 1

– všechna prvočísla, kterými jsme dělili,

tvoří prvočíselný rozklad

($96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$)

96	:2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Společný dělitel čísel

- je číslo, které dělí všechna zadaná čísla beze zbytku
- u malých čísel si můžeme všechny společné dělitele vypsát přes prvočíselný rozklad

Největší společný dělitel

- je největší číslo ze všech společných dělitelů
- hledá se pomocí rozkladu na součin prvočísel

Prvočíselný rozklad:	96	:2	120	:2
	48	2	60	2
	24	2	30	2
	12	2	15	3
	6	2	5	5
	3	3	1	
	1			

– největším společným dělitelem je součin všech prvočísel, která jsou společná (jsou v obou rozkladech):

$$D(96, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{24}$$

– kombinace společných prvočísel pak tvoří další společné dělitele:

$$2 \cdot 2 = 4; 2 \cdot 3 = 6; 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8; 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Společný násobek čísel

- je číslo, které lze vydělit všemi zadanými čísly
- u malých čísel si můžeme vypsát jednotlivé násobky a hledat násobky společné
 - násobky čísla 6:** 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114, 120, 126, ...
 - násobky čísla 15:** 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, ...
 - násobky čísla 30:** 30, 60, 90, 120, 150, ...
 - společné násobky čísel 6, 15 a 30** – 30, 60, 90, 120, ...
- pokud je společný násobek velké číslo, trvá tento postup příliš dlouho, proto se pro hledání společného násobku využívá prvočíselný rozklad

Nejmenší společný násobek

- je číslo, které je nejmenší ze všech společných násobků daných čísel
- hledá se pomocí rozkladu na součin prvočísel

Prvočíselný rozklad:

$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

- nejmenší společný násobek tvoří součin všech společných prvočísel (největší společný dělitel) doplněný o chybějící prvočísla
 - $n(96, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 480$
- pokud jsou daná čísla nesoudělná, je jejich nejmenší společný násobek roven jejich součinu
 - $n(6, 5, 11) = 6 \cdot 5 \cdot 11 = 330$